

---

# La transformée de Fourier : de son développement historique et de sa didactique

Eddie Smigiel\*<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Archives Henri Poincaré, UMR 7117 – université de Strasbourg – France

<sup>2</sup>Institut National des Sciences Appliquées - Strasbourg – Institut National des Sciences Appliquées – France

## Résumé

La transformée de Fourier est un outil fondamental tant en physique théorique que dans les sciences de l'ingénieur. Elle a ses racines dans les travaux de Gauss dès la fin du dix-huitième siècle, se développe tout au long du dix-neuvième siècle jusqu'à l'invention en 1965 de la Transformée de Fourier rapide qui fonde l'analyse du signal numérique, aujourd'hui devenue la norme. Le développement historique a fortement influencé le concept en ce qu'il a longtemps été associé à la fonction analogique du temps continu. Dans ce cadre, la transformée de Fourier se décline comme étant l'intégrale de Fourier. Comme cette intégrale de Fourier pose dans certaines circonstances des problèmes de convergence, de nombreux travaux de mathématiques ont précisé la cadre formel dans lequel la transformée de Fourier est exprimée correctement et devient universelle. Le cadre théorique abouti n'a été posé qu'au début des années 1950 par Laurent Schwartz dans la théorie des distributions, pour laquelle il a obtenu la médaille Fields. Pourtant, les physiciens et ingénieurs l'ont utilisé massivement, avant même l'établissement d'un cadre formel abouti. On peut citer entre autres, l'utilisation de la transformée de Fourier en traitement du signal qui se développe fortement à partir des années 1920, et exponentiellement durant les années de guerre dans le contexte des recherches sur le radar. Par ailleurs, la transformée de Fourier est aussi cruciale dans le développement de la mécanique quantique également à partir des années 1920. Dans ces deux cas, la transformée de Fourier porte sur un signal du temps continu. Pour ce qui concerne le traitement du signal, la raison en est que l'électronique qui matérialise les traitements est une électronique analogique qui agit sur de tels signaux analogiques du temps continu. A cette période, le traitement numérique du signal n'a pas encore été envisagé, faute de calculateurs numériques qui n'apparaîtront que vers la fin de la seconde guerre mondiale. Cette longue et féconde pratique du signal du temps continu a fortement influencé la didactique au point qu'aujourd'hui, les cours classiques commencent par définir la transformée de Fourier par son intégrale. La Transformée de Fourier discrète est alors souvent présentée comme une approximation de l'intégrale de Fourier, une sorte de mal nécessaire mais qui ne peut que trahir en quelque façon la "pureté" de l'intégrale de Fourier, qui serait l'essence du concept. Or, Gauss avait déjà envisagé le concept de transformée de Fourier discrète en ce qu'il peut être défini en dehors de toute référence à un signal de temps continu. Sur le plan purement didactique, de nombreux cours introduisent la transformée de Fourier par sa version intégrale qui mobilise des concepts mathématiques plus subtils que dans sa version discrète. En l'occurrence, l'ordre chronologique qui correspond aux développements historiques devient ici contre-productif. Une bonne connaissance des enjeux historiques permet alors de comprendre que l'ordre classique, à savoir l'intégrale de Fourier d'abord puis sa version discrète, est historico-construite tandis que sur un plan didactique, il est plus pertinent de faire l'inverse.

---

\*Intervenant

**Mots-Clés:** histoire des mathématiques, histoire de la physique, transformée de Fourier, signal, espace de Hilbert